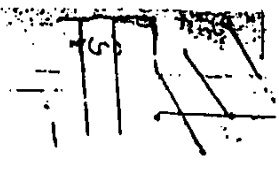


19.2.93

✓-1-



98

מועד א' סמסטר א' חשני'ג  
19.2.93

מתמטיקה בדידה' מתמטיקה שנה א'  
פרופ' מ. טרסי

חלק ראשון

קרא בעיון את ההוראות להלן!!

דבחינה שני חלקים. כל חלק יימשך שעתיים (לפטורים נותרת הקבוצות. החלק השני יימשך שעה אחת בלבד). בין שני החלקים תהיה הפסקה בת 20 דקות. היציאה מחדר הבחינה נותרת בזמן ההפסקה בלבד!

יש להשיב על כל השאלות. הנקודה לסעיף אחד (כלשהו) בשאלה 15 נק'. לשני סעיפים 22 נק'. לכל שלושת הסעיפים 25 (הציון המחקבל יונפל ב 4/3 עבור הפטורים מתורת הקבוצות). הסעיפים בכל שאלה ערוכים מן הקל אל הכבד ומומלץ לנסות לפתור את סעיפי א' תחילה ורק לבסוף את סעיפי ג'.

מותר השמוש בכל חומר עזר. כל תוצאה משעור. תרגיל. או ספר. ניתן לצטט בלי ... כחה.

יש להקפיד על הנכללים הבאים. בהם אנו נאלצים לנקוט נוכח הרבוי החריג של ג' המלמידים בקורס:

מחברת הבחינה מיועדת לטיוטא בלבד.

פתרון זקי ומסודר יוגש לכל שאלה על גבי דף נפרד.

מלוי הפרטים האישיים כרגיל על גבי מחברת הבחינה וכן מס' זהוי ומס' סדורי בכל אחד מדפי התשובות הנפרדים.

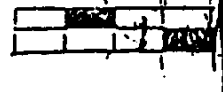
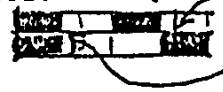
יש להציג שלבי הפתרון ולנמק כל חשובה. תוך המנעות מאריכות. שאין בה חרומה הכרחית לבהירות החשובה. קיצור ובהירות ילקחו בחשבון לקביעת הציון.

(1)

א. חשב את הפונקציה היוצרת הרגילה של הסידרה  $(a_k)$  המוגדרת על ידי

$$a_{k+2} = a_{k+1} + 2a_k, \quad a_1 = 3, \quad a_0 = 1$$

ב. בכמה אופנים ניתן לבנות לוח מלבני משוּבץ. קבוע במקומו. בגודל  $2 \times n$ . כל משבצת בשורה או בלבן, כאשר כל המשבצות הסמוכות למשבצת שחורה הן לבנות?



צביעה בלתי חוקית

צביעה חוקית

נסמן ב-  $T(n)$  את החזקה הגדולה ביותר של 2 הנוחלקת מספר טבעי  $n$ .  
 כך שמעל:  $T(24)=8, T(4)=4, T(7)=1$ .

תהיה  $A$  קבוצה של מספרים טבעיים. (זכור: אין משמעות לסדר האברים בקבוצה וכל אבריה של קבוצה שונים). נציג כל  $n$  מתוך  $A$  כסכום של  $T(n)$  מחוברים שווים. בגודל  $T(n)/n$  כל אחד ונתאים לקבוצה את רשימת המחברים המתקבלים כך מאבריה. למשל  $A=(12,6,10,3,4)$  תיוצג על ידי  $(1,1,1,1,1,3,3,3,3,5,5,3,1,1,1,1)$  (גם-נאו אין חשיבות לסדר).  
 כיצד ניתן לשחזר כל קבוצה  $A$  מתוך רשימת המחברים הנ"ל?  
 השתמש במוסקנה להוכחה אלטרנטיבית של משפט שהוכח בכיתה.

(2)

א. כמה מספרים טבעיים קטנים מ-105 זרים ל-105 (שני מספרים זרים כאשר המחלק המשותף הגדול ביותר שלהם הוא 1)?

ב. יהיה  $G=(U,E)$  גרף קשיר כאשר  $|U|=|E|$ . הוכח כי בגרף בדיוק מעגל אחד.

יהיה  $G=(U,E)$  גרף ללא לולאות. הוכח כי ניתן לחלק את  $U$  לשתי קבוצות זרות  $X$  ו- $Y$ . כך שמספר הקשתות בעלות קצת אחד ב- $X$  והשני ב- $Y$  הוא  $|E|/2$ .

113/1074

19.2.93

-2-

29

מועד א' סמסטר א' חשני'ג  
19.2.93

מתמטיקה בדידה פרופ' מ. טרסי  
מתמטיקה שנה א

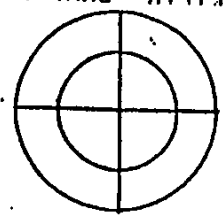
חלק שני

קרא בעיון את ההוראות להלן!!

חלקה השני של הבחינה יימשך שתיים, אין לעזוב את האולח לפני סיום הבחינה. יש להשיב על שתי השאלות במלואן. הנקודו לסעיף אחד (כלשהו) בשאלה 15 נק' לשני סעיפים 22 נק' ולכל שלושת הסעיפים 25. הסעיפים בכל שאלה ערוכים מן הקל אל הכבד וחומלץ לנסות לפתור את סעיפי א' מחילה ורק לבסוף את סעיפי ג'. ניתן מותר השמוש בכל חומר עזר. כל תוצאה שנחנה בכיתה, במרגיל או בספר, ניתן לצטט בלי הוכחה. יש להקפיד על הכללים הבאים, בהם אנו נאלצים לנקוט נוכח הרבוי החריג של מספר התלמידים בקורס: מחברת הבחינה מיוערת לטיוטא בלבד. פתרון נקי ומסודר יוגש לכל שאלה על גבי דף נפרד. מלוי הפרטים האישיים כרגיל על גבי מחברת הבחינה וכן מס' זהוי ומס' סדורי בכל אחד מדפי החשובות הנפרדים. יש להציג שלבי הפתרון ולנמק כל תשובה, תוך המנעות מאריכות, שאין בה תרומה הכרחית לבהירות התשובה.

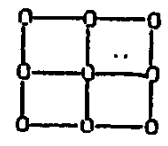
(3

א. בכמה אופנים ניתן לצבוע את התבנית שלהלן. החפשיה להסתובב במישור, כל אחד מ-8 'חצאי הגזרות' באחד מ-7 צבעים?



ב. כמו בסעיף א', כאשר המעגל הפנימי והטבעת החיצונית חפשיים להסתובב כל אחד בנפרד באופן בלתי חלוי.

ג. בכמה אופנים אפשר לצבוע את התבנית להלן, החפשיה להסתובב במישור, כל אחת מ-4 המשבצות באחד הצבעים שחור, לבן, או כחול וכל אחד מ-9 הקדקים באחד הצבעים שחור, או אדום?



ד. יהיה R יחס על קבוצה לא ריקה A. נגדיר יחס חדש  $\bar{R}$  מ-A ל-  $P(A)$  כלהלן:  

$$\bar{R} = \{(a, \{b | (a, b) \in R\}) | a \in A\}$$

- א. הראה כי היחס  $\bar{R}$  הוא תמיד פונקציה. היחנן שמהיה זו פונקציה על?
- ב. יהיה R יחס שקילות. באילו תנאים נוספים על R היחס  $\bar{R}$  הוא פונקציה חד חד ערכית?
- ג. מהי עוצמת קבוצת הפונקציות ההפיכות מקבוצת המספרים הטבעיים לעצמה? הוכח במדויק!

84